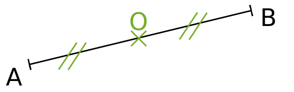
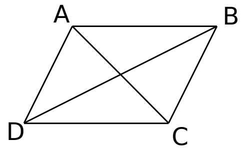
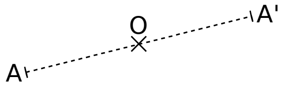
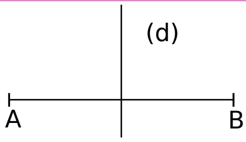
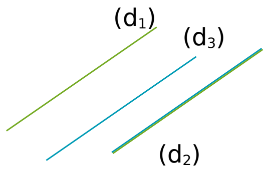
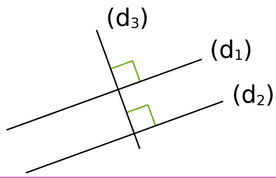
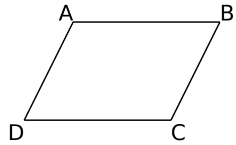
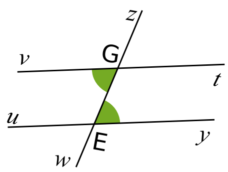
L'essentiel des propriétés et des définitions utiles aux démonstrations

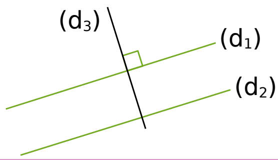
Démontrer qu'un point est le milieu d'un segment

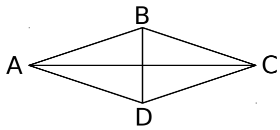
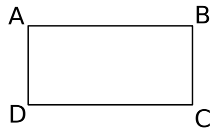
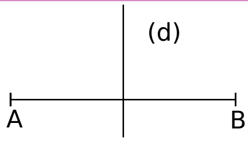
P 1 Si un point est sur un segment et à égale distance de ses extrémités, alors ce point est le milieu du segment.		O appartient à [AB] et OA = OB donc O est le milieu de [AB].
P 2 Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu (ceci est aussi vrai pour les losanges, rectangles et carrés qui sont des parallélogrammes particuliers).		ABCD est un parallélogramme donc ses diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu.
P 3 Si A et A' sont symétriques par rapport à un point O, alors O est le milieu du segment [AA'].		A et A' sont symétriques par rapport au point O donc le point O est le milieu de [AA'].
P 4 Si une droite est la médiatrice d'un segment, alors elle coupe ce segment en son milieu.		(d) est la médiatrice du segment [AB] donc (d) coupe le segment [AB] en son milieu.

Démontrer que deux droites sont parallèles

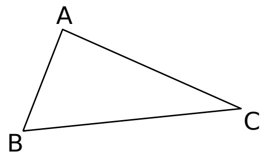
P 5 Si deux droites sont parallèles à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.		(d_1) // (d_2) et (d_2) // (d_3) donc (d_1) // (d_3).
P 6 Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.		$(d_1) \perp (d_3)$ et $(d_2) \perp (d_3)$ donc (d_1) // (d_2).
P 7 Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles (ceci est aussi vrai pour les losanges, rectangles et carrés qui sont des parallélogrammes particuliers).		ABCD est un parallélogramme donc (AB) // (CD) et (AD) // (BC).
P 8 Si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes de même mesure, alors ces droites sont parallèles.		Les droites (vt) et (uy) sont coupées par la sécante (zw), $\widehat{vGw}$ et $\widehat{zEy}$ sont alternes-internes et de même mesure donc (vt) // (uy).

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

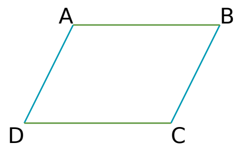
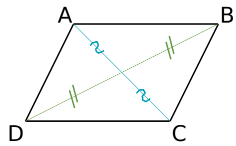
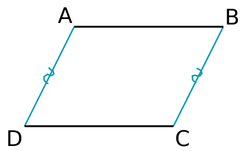
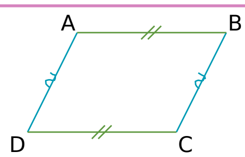
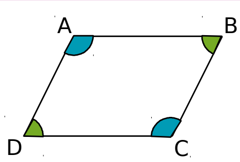
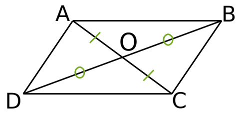
P 9 Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.		$(d_1) \perp (d_3)$ et (d_1) // (d_2) donc $(d_2) \perp (d_3)$.

P 10 Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires (ceci est aussi vrai pour le carré qui est un losange particulier).		ABCD est un losange donc (AC) $\perp$ (BD).
P 11 Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses côtés consécutifs sont perpendiculaires (ceci est aussi vrai pour le carré qui est un rectangle particulier).		ABCD est un rectangle donc (AB) $\perp$ (BC), (BC) $\perp$ (CD), (CD) $\perp$ (AD) et (AD) $\perp$ (AB).
P 12 Si une droite est la médiatrice d'un segment, alors elle est perpendiculaire à ce segment.		(d) est la médiatrice du segment [AB] donc (d) est perpendiculaire à [AB].

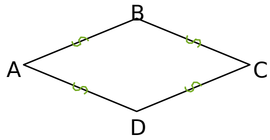
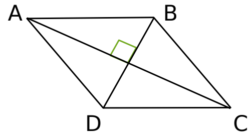
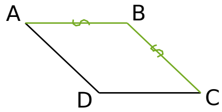
Démontrer qu'un triangle est rectangle

P 13 <u>Egalité de Pythagore :</u> Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle et il admet ce plus grand côté pour hypoténuse.		Dans le triangle ABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc le triangle ABC est rectangle en A.

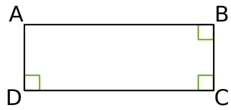
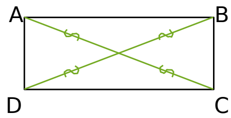
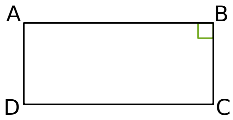
Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

P 14 Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme.		Dans le quadrilatère ABCD, (AB) // (CD) et (AD) // (BC) donc ABCD est un parallélogramme.
P 15 Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.		Dans le quadrilatère ABCD, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu. Donc ABCD est un parallélogramme.
P 16 Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.		Dans le quadrilatère non croisé ABCD, (AD) // (BC) et AD = BC donc ABCD est un parallélogramme.
P 17 Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés deux à deux de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.		Dans le quadrilatère non croisé ABCD, AB = CD et AD = BC donc ABCD est un parallélogramme.
P 18 Si un quadrilatère non croisé a ses angles opposés de la même mesure, alors c'est un parallélogramme.		Dans le quadrilatère non croisé ABCD, $\hat{A} = \hat{C}$ et $\hat{B} = \hat{D}$ donc ABCD est un parallélogramme.
P 19 Si un quadrilatère non croisé a un centre de symétrie, alors c'est un parallélogramme.		O est centre de symétrie du quadrilatère ABCD donc ABCD est un parallélogramme.

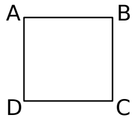
Démontrer qu'un quadrilatère est un losange

P 20 Si un quadrilatère a ses côtés de la même longueur, alors c'est un losange.		Dans le quadrilatère ABCD, AB = BC = CD = DA donc ABCD est un losange.
P 21 Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.		ABCD est un parallélogramme et (AC) ⊥ (BD) donc ABCD est un losange.
P 22 Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de la même longueur, alors c'est un losange.		ABCD est un parallélogramme et AB = BC donc ABCD est un losange.

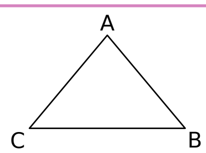
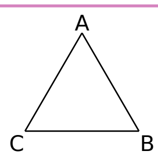
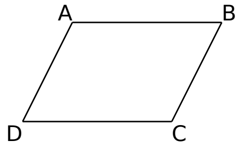
Démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle

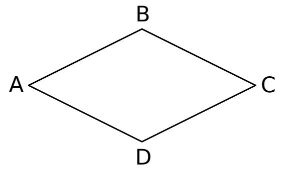
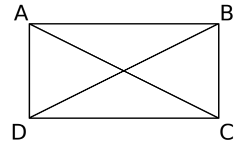
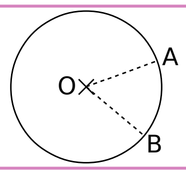
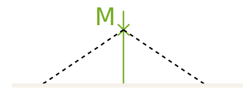
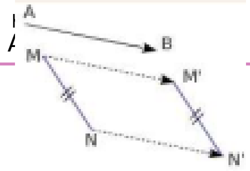
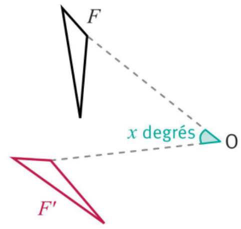
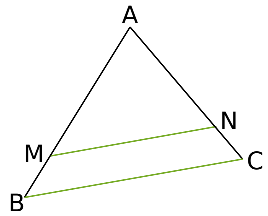
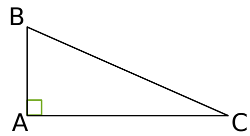
P 23 Si un quadrilatère possède trois angles droits, alors c'est un rectangle.		ABCD possède trois angles droits donc ABCD est un rectangle.
P 24 Si un parallélogramme a ses diagonales de la même longueur, alors c'est un rectangle.		ABCD est un parallélogramme et AC = BD donc ABCD est un rectangle.
P 25 Si un parallélogramme possède un angle droit, alors c'est un rectangle.		ABCD est un parallélogramme et (AB) ⊥ (BC) donc ABCD est un rectangle.

Démontrer qu'un quadrilatère est un carré

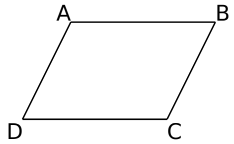
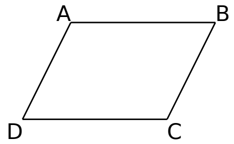
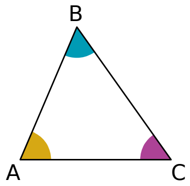
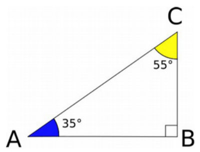
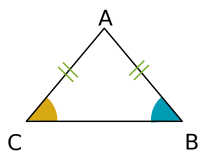
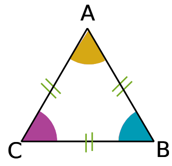
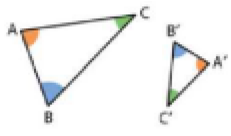
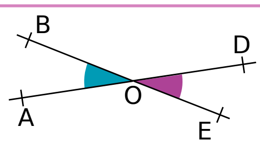
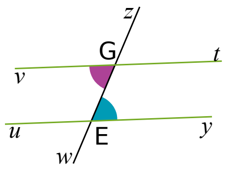
P 26 Si un quadrilatère vérifie à la fois les propriétés du losange et du rectangle, alors c'est un carré.	

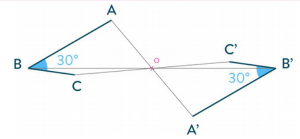
Déterminer la longueur d'un segment

P 27 Si un triangle est isocèle, alors il a deux côtés de la même longueur.		ABC est isocèle en A donc AB = AC.
P 28 Si un triangle est équilatéral, alors il a tous ses côtés de la même longueur.		ABC est équilatéral donc AB = AC = BC.
P 29 Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés ont la même longueur (c'est également vrai pour les rectangles, les losanges et les carrés qui sont des parallélogrammes particuliers).		ABCD est un parallélogramme donc AB = CD et AD = BC.

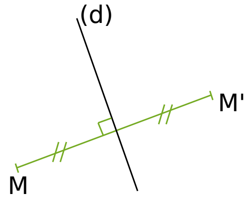
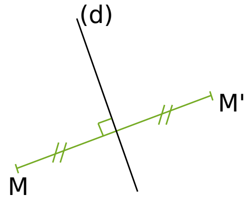
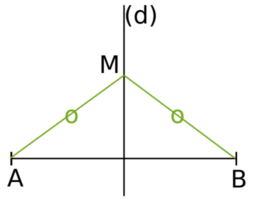
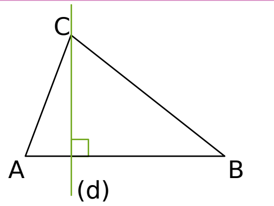
P 30 Si un quadrilatère est un losange, alors tous ses côtés sont de la même longueur (c'est également vrai pour les carrés qui sont des losanges particuliers).		ABCD est un losange donc AB = BC = CD = DA.
P 31 Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales ont la même longueur (c'est également vrai pour les carrés qui sont des rectangles particuliers).		ABCD est un rectangle donc AC = BD.
P 32 Si deux points appartiennent à un cercle, alors ils sont équidistants du centre de ce cercle.		A et B appartiennent au cercle de centre O donc OA = OB.
P 33 Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.		M appartient à la médiatrice de [AB] donc MA = MB.
P 34 Les symétries axiales, centrales, les translations et les rotations conservent les longueurs.		[M'N'] est l'image de [MN] par la translation qui transforme A en B donc M'N' = MN
P 35 Les symétries axiales, centrales, les translations et les rotations conservent les aires.		F' est l'image de F par la rotation de centre O et d'angle *x* degrés dans le sens anti-horaire donc l'aire de F' et l'aire de F sont égales.
P 36 <u>Théorème de proportionnalité des longueurs dans un triangle :</u> Si deux triangles sont semblables, alors les longueurs des côtés opposés aux angles égaux sont proportionnelles.		Dans le triangle ABC, M est un point de [AB], N un point de [AC] et (MN) est parallèle à (BC) donc : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.
P 37 <u>Théorème de Pythagore :</u> Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.		ABC est un triangle rectangle en A donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Déterminer la mesure d'un angle

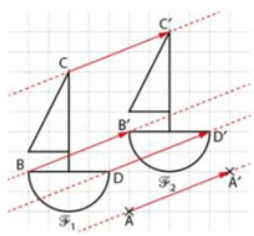
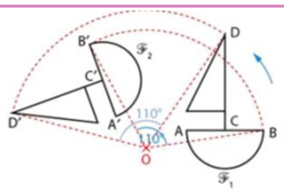
P 38 Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés ont la même mesure (c'est également vrai pour les losanges, les rectangles et les carrés qui sont des parallélogrammes particuliers).		ABCD est un parallélogramme donc $\widehat{ABC} = \widehat{CDA}$ et $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$.
P 39 Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors la somme de deux angles consécutifs est égale à 180°.		ABCD est un parallélogramme donc $\widehat{ABC} + \widehat{BCD}$ $= \widehat{BCD} + \widehat{CDA}$ $= \widehat{CDA} + \widehat{DAB}$ $= \widehat{DAB} + \widehat{ABC}$ = 180°.
P 40 Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.		Dans le triangle ABC, $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°$.
P 41 Si un triangle est rectangle, alors la somme des deux angles aigus est égale à 90°.		Le triangle ABC est rectangle en B alors $\widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 90°$.
P 42 Si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base ont la même mesure.		ABC est un triangle isocèle en A donc $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.
P 43 Si un triangle est équilatéral, alors ses angles mesurent 60°.		ABC est un triangle équilatéral donc $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60°$.
P 44 Si deux triangles sont semblables (on dit aussi même forme), alors leurs angles sont égaux deux à deux.		Les triangles ABC et A'B'C' sont semblables donc $\hat{A} = \hat{A'}$ $\hat{B} = \hat{B'}$ $\hat{C} = \hat{C'}$
P 45 Si deux angles sont opposés par le sommet, alors ils ont la même mesure.		Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOE}$ sont opposés par le sommet donc $\widehat{AOB} = \widehat{DOE}$.
P 46 Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes qu'elles forment sont de même mesure.		Les angles alternes internes sont déterminés par les droites (vt) et (uy) qui sont parallèles et la sécante (zw) donc $\widehat{vGw} = \widehat{zEy}$.

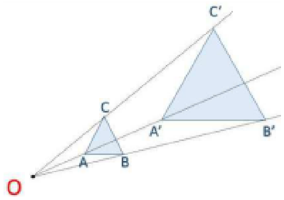
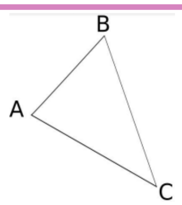
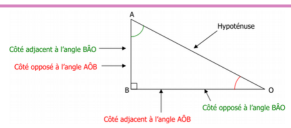
P 47 Les symétries axiales, centrales, les translations et les rotations conservent les angles.		Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{A'B'C'}$ sont symétriques par rapport au point O donc $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$

Démontrer avec les droites remarquables du triangle

P 48 La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu.		(d) est la médiatrice du segment [MM'] donc (d) coupe [MM'] perpendiculairement en son milieu.
P 49 Si deux points sont symétriques par rapport à une droite, alors cette droite est la médiatrice du segment ayant pour extrémités ces deux points.		M' est le symétrique de M par rapport à la droite (d) donc (d) est la médiatrice du segment [MM'].
P 50 Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il est situé sur la médiatrice de ce segment.		MA = MB donc M appartient à la médiatrice du segment [AB].
P 51 Si, dans un triangle, une droite passe par un sommet et est perpendiculaire au côté opposé, alors c'est une hauteur du triangle.		Dans le triangle ABC, (d) passe par le sommet C et est perpendiculaire au côté opposé [AB] donc (d) est une hauteur du triangle ABC.

Divers

P 52 Transformer une figure par translation, c'est la faire glisser sans la tourner. Ce glissement est défini par : . une direction . un sens . une longueur.		La figure 2 est l'image de la figure 1 par la translation qui transforme A en A' c'est à dire : . de direction (AA') . de sens de A vers A' . de longueur AA'.
P 53 Transformer une figure par rotation, c'est la faire tourner autour d'un point. Une rotation est définie par : . un centre . un angle de rotation . un sens de rotation (horaire ou anti-horaire).		La figure 2 est l'image de la figure 1 par la rotation : . de centre O . de 110° . dans le sens anti-horaire.

P 54 Transformer une figure par une homothétie de centre O, c'est l'agrandir ou la réduire en faisant glisser ses points le long de droites passant par O. Une homothétie est définie par : . un centre . un rapport k non nul.		Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par l'homothétie : . de centre O . de rapport $k=\frac{OA'}{OA}=\frac{OB'}{OB}=\frac{OC'}{OC}$
P 55 <u>Inégalité triangulaire</u> : Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des deux autres côtés.		Dans le triangle ABC : . BC < AB + AC . AB < AC + BC . AC < AB + BC
P 56 Dans un triangle rectangle on a : $\text{Cosinus d'un angle aigu}=\frac{\text{Longueur du côté adjacent à cet angle}}{\text{Longueur de l'hypothénuse}}$ $\text{Sinus d'un angle aigu}=\frac{\text{Longueur du côté opposé à cet angle}}{\text{Longueur de l'hypothénuse}}$ $\text{Tangente d'un angle aigu}=\frac{\text{Longueur du côté opposé à cet angle}}{\text{Longueur du côté adjacent à cet angle}}$		Dans le triangle ABO rectangle en B : $\cos\widehat{BAO}=\frac{AB}{AO}$ $\sin\widehat{BAO}=\frac{BO}{AO}$ $\tan\widehat{BAO}=\frac{BO}{AB}$ $\cos\widehat{BOA}=\frac{BO}{AO}$ $\sin\widehat{BOA}=\frac{AB}{AO}$ $\tan\widehat{BOA}=\frac{BO}{AB}$